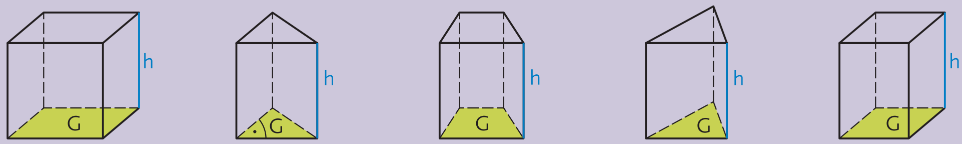
Volumen von Prismen

Merke

Um das **Volumen (V)** eines Prismas zu erhalten, multipliziert man den Inhalt der **Grundfläche (G)** mit der **Körperhöhe (h)**.



Für alle Prismen gilt: $\boxed{V = G \cdot h}$

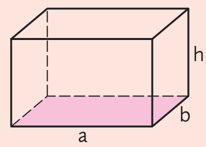
Rettungsbeispiel

Berechne das Volumen des vierseitigen Prismas mit einer rechteckigen Grundfläche (= Quader)!

a = 6 cm
b = 4 cm
h = 3 cm
V = ?

V = G · h
V = 24 cm² · 3 cm
V = 72 cm³

$G_{Rechteck} = a \cdot b$
$G = 6 \cdot 4$
$G = 24\ cm^2$



1 **Berechne jeweils das Volumen des vierseitigen Prismas!**

a)	a = 7 cm, b = 3 cm, h = 12 cm (Grundfläche: Rechteck)
b)	a = 4,5 cm, h = 9 cm (Grundfläche: Quadrat)
c)	a = 8,2 cm, b = 4 cm, h = 11 cm (Grundfläche: Rechteck)
d)	a = 6 cm, h = 12,5 cm (Grundfläche: Quadrat)

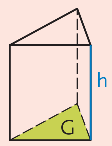
Rettungsbeispiel

Berechne das Volumen des dreiseitigen Prismas!

a = 6 cm
h_a = 4 cm
h = 8 cm
V = ?

V = G · h
V = 12 cm² · 8 cm
V = 96 cm³

$G_{Dreieck} = \frac{a \cdot h_a}{2}$
$G = \frac{6 \cdot 4}{2}$
$G = 12\ cm^2$



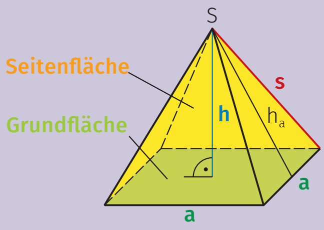
2 **Berechne jeweils das Volumen des dreiseitigen Prismas!**

a)	a = 6 cm, h_a = 3 cm, h = 10 cm (Grundfläche: allgemeines Dreieck)
b)	a = 3 cm, b = 4 cm, c = 5 cm, h = 9 cm (Grundfläche: rechtwinkliges Dreieck)
c)	a = 8 cm, h_a = 5 cm, h = 12 cm (Grundfläche: allgemeines Dreieck)
d)	a = 6 cm, b = 4 cm, c = 7,2 cm, h = 15 cm (Grundfläche: rechtwinkliges Dreieck)

Eigenschaften von Pyramiden

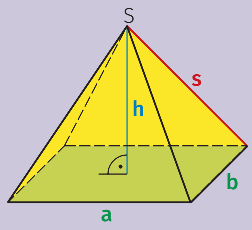
Merke

Eine Pyramide ist ein spitzer Körper mit einem Vieleck als Grundfläche. Die Mantelfläche besteht immer aus Dreiecken. Sind alle vier Seitenkanten gleich lang, spricht man von einer **geraden** Pyramide.



regelmäßige quadratische Pyramide

S ... Spitze
a ... Grundflächenkante
h ... Körperhöhe
s ... Seitenkante
h_a ... Seitenflächenhöhe

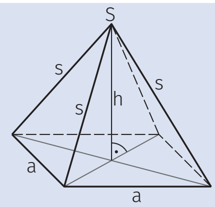


rechteckige Pyramide

Die Pyramiden werden nach der Form ihrer Grundfläche benannt. Ist die Grundfläche ein regelmäßiges Vieleck und trifft die Körperhöhe auf den Mittelpunkt der Grundfläche, so spricht man von einer **regelmäßigen** Pyramide.

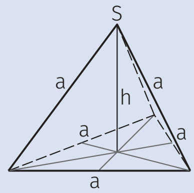
3 **Schreibe alle Eigenschaften einer vierseitigen, regelmäßigen Pyramide anhand der Abbildung auf!**

a)	Anzahl der Kanten	
b)	Anzahl der Flächen	
c)	Anzahl der Ecken	
d)	Form der Grundfläche	



4 **Schreibe alle Eigenschaften einer dreiseitigen Pyramide anhand der Abbildung auf!**

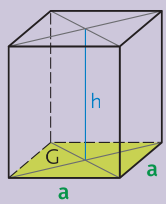
a)	Anzahl der Kanten	
b)	Anzahl der Flächen	
c)	Anzahl der Ecken	
d)	Form der Grundfläche	



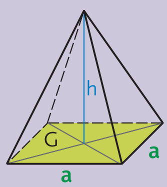
Volumen von Pyramiden

Merke

Das **Volumen einer Pyramide** entspricht $\frac{1}{3}$ des Volumens eines Quaders mit gleicher Grundfläche und gleicher Körperhöhe.



$V = G \cdot h$



$\boxed{V = \frac{G \cdot h}{3}}$

Durch Umkehrung der Volumsformel kann die Körperhöhe oder der Grundflächeninhalt der Pyramide berechnet werden.

$\boxed{h = \frac{3V}{G}}$ $\boxed{G = \frac{3V}{h}}$

Rettungs-beispiel

Berechne das Volumen einer vierseitigen Pyramide mit einem Rechteck als Grundfläche!

a = 6 cm
b = 4 cm
h = 10 cm
V = ?

$\mathbf{V = \frac{G \cdot h}{3}}$

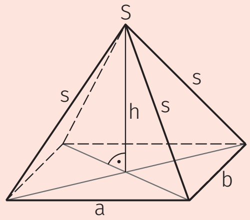
$V = \frac{24 \cdot 10}{3}$

$\mathbf{V = 80\ cm^3}$

$G_{Rechteck} = a \cdot b$

$G = 6 \cdot 4$

$G = 24\ cm^2$

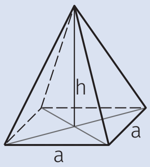


5 **Berechne jeweils das Volumen einer vierseitigen Pyramide!**

a)	a = 6 cm, b = 3 cm, h = 12 cm (Grundfläche: Rechteck)
b)	a = 5 cm, h = 9 cm (Grundfläche: Quadrat)
c)	a = 7 cm, b = 4 cm, h = 9 cm (Grundfläche: Rechteck)
d)	a = 4 cm, h = 11 cm (Grundfläche: Quadrat)

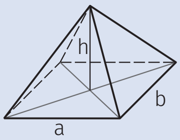
6 **Berechne das Volumen der vierseitigen Pyramiden!**

a)



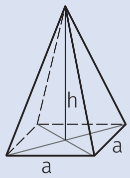
a = 6,5 cm
h = 7,2 cm

b)



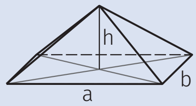
a = 12 dm
b = 15 dm
h = 9 dm

c)



a = 2,4 dm
h = 4 dm

d)



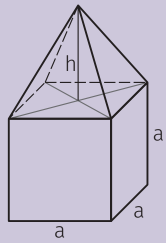
a = 12,6 dm
b = 4,5 dm
h = 6,2 dm

Volumen zusammengesetzter Körper

Merke

Setzt sich ein Körper aus **mehrerern Teilkörpern** zusammen, so wird zuerst das Volumen jedes einzelnen Körpers berechnet.
Im Anschluss werden die Volumen **addiert**.

Für den abgebildeten Körper bedeutet das:
$\mathbf{V_{Würfel} + V_{Pyramide} = V_{Körper\ gesamt}}$



Rettungsbeispiel

Berechne das Volumen des zusammengesetzten Körpers!

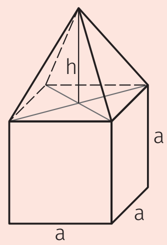
a = 5 cm
h = 6 cm
V = ?

Würfel:
V = a · a · a
V = 5 · 5 · 5
V = 125 cm³

Pyramide:
$\mathbf{V = \frac{G \cdot h}{3}}$

G = a · a
G = 5 · 5 = 25 cm²

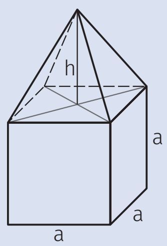
$V = \frac{25 \cdot 6}{3}$
V = 50 cm³



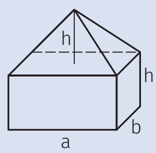
$\mathbf{V_{gesamt}} = V_{Würfel} + V_{Pyramide} = 125\ cm^3 + 50\ cm^3 = \mathbf{175\ cm^3}$

7 **Berechne das Volumen der zusammengesetzten Körper!**

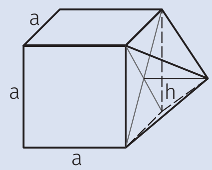
a)
a = 4 cm
h = 3 cm



b)
a = 5 cm
b = 3 cm
h = 4 cm



c)
a = 6 cm
h = 2 cm



Lösungen

1	a)	$V = 252\ cm^3$	b)	$V = 182{,}25\ cm^3$	c)	$V = 360{,}8\ cm^3$	d)	$V = 450\ cm^3$
2	a)	$V = 90\ cm^3$	b)	$V = 54\ cm^3$	c)	$V = 240\ cm^3$	d)	$V = 180\ cm^3$
3	a)	8 Kanten	b)	5 Flächen	c)	5 Ecken (davon 1 Spitze)	d)	Quadrat
4	a)	6 Kanten	b)	4 Flächen	c)	4 Ecken (davon 1 Spitze)	d)	Dreieck
5	a)	$V = 72\ cm^3$	b)	$V = 75\ cm^3$	c)	$V = 84\ cm^3$	d)	$V = 58{,}67\ cm^3$
6	a)	$V = 101{,}4\ cm^3$	b)	$V = 540\ dm^3$	c)	$V = 7{,}68\ dm^3$	d)	$V = 117{,}18\ dm^3$
7	a)	$V = 80\ cm^3$	b)	$V = 80\ cm^3$	c)	$V = 240\ cm^3$		