



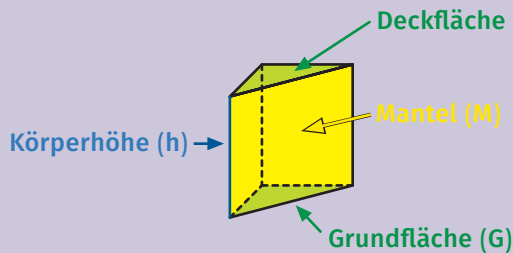
## Eigenschaften von Prismen

### Merke

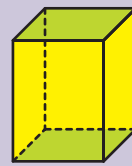
Ein gerades Prisma hat immer eine **Grund-** und eine **Deckfläche**, die deckungsgleich (kongruent) und parallel zueinander sind.

Den Abstand zwischen Grund- und Deckfläche nennt man **Körperhöhe**.

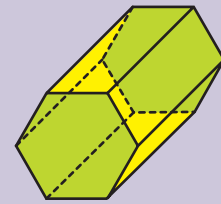
Der **Mantel** setzt sich immer aus Rechtecken zusammen.



dreiseitiges Prisma



vierseitiges Prisma  
= Quader



regelmäßiges  
sechseitiges Prisma

Ein Prisma wird nach der **Anzahl der Seiten** seiner Grundfläche (G) benannt.

Ist die Grundfläche eines Prismas eine regelmäßige Figur (z. B. gleichseitiges Dreieck, Quadrat usw.), so nennt man es auch **regelmäßiges Prisma**.

Ein **Quader** ist ein **vierseitiges Prisma** mit 8 Ecken, 12 Kanten und 6 Flächen.

Ein **Würfel** ist ein **besonderer Quader** mit 8 Ecken, 12 gleich langen Kanten und 6 kongruenten quadratischen Flächen.

### 1 Welche Behauptung stimmt?

A  „Jeder Würfel ist ein Quader.“

B  „Jeder Quader ist ein Würfel.“

### 2 Wie viele Ecken hat

a) ein dreiseitiges Prisma?

b) ein vierseitiges Prisma?

c) ein sechseitiges Prisma?

d) ein achtseitiges Prisma?

### 3 Wie viele Kanten hat

a) ein regelmäßiges dreiseitiges Prisma?

b) ein fünfseitiges Prisma?

c) ein regelmäßiges achtseitiges Prisma?

d) ein zehneitiges Prisma?

### 4 Wie viele Begrenzungsflächen hat

a) ein dreiseitiges Prisma?

b) ein Prisma mit quadratischer Grundfläche?

c) ein sechseitiges Prisma?

d) ein zwölfseitiges Prisma?

### 5 Wie muss die Grundfläche des regelmäßigen Prismas jeweils aussehen, damit die angegebenen Eigenschaften zutreffen? Gib auch die Namen der gesuchten Körper an!

a) Das Prisma hat 8 Ecken.

b) Das regelmäßige Prisma hat 9 Kanten.

c) Der Mantel des Prismas setzt sich aus 6 Rechtecken zusammen.

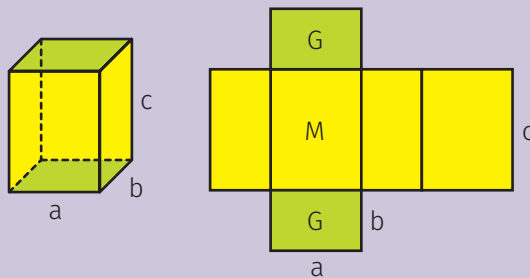
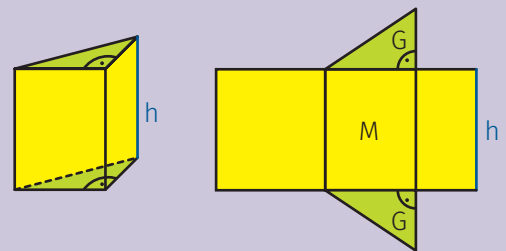
d) Das regelmäßige Prisma hat 10 Ecken und 7 Begrenzungsflächen.



## Netz und Oberflächeninhalt von Prismen

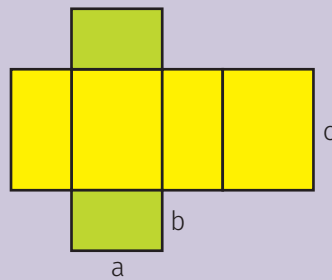
**Merke**

Die **Oberfläche (O)** eines Prismas setzt sich immer aus der **Grundfläche (G)**, der **Deckfläche** und dem **Mantel (M)** zusammen.

**Quader (vierseitiges Prisma)**

**dreiseitiges Prisma**


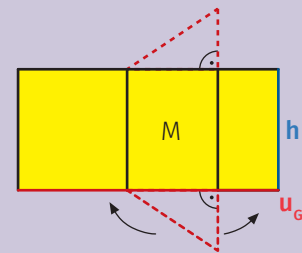
Für alle Prismen gilt:  $O = 2 \cdot G + M$

Eine bereits bekannte Oberflächenformel für Quader:



$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

Bei geraden Prismen hat der **Mantel (M)** immer die Form eines Rechtecks:



$u_G$  ... Umfang der Grundfläche  
 $M = u_G \cdot h$

**Retterungs-  
beispiel**

Ein Quader hat eine Länge  $a = 7,5$  cm, eine Breite  $b = 3$  cm und eine Höhe  $h = 9$  cm.  
**Berechne den Oberflächeninhalt des Quaders!**

$$\begin{array}{l} a = 7,5 \text{ cm} \\ b = 3 \text{ cm} \\ h = 9 \text{ cm} \\ O = ? \end{array}$$

**Formel 1**

$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$$

$$O = 2 \cdot 7,5 \cdot 3 + 2 \cdot 7,5 \cdot 9 + 2 \cdot 3 \cdot 9$$

$$O = 45 + 135 + 54$$

$$O = 234 \text{ cm}^2$$

**Formel 2**

$$O = 2 \cdot G + u_G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot a \cdot b + (2a + 2b) \cdot h$$

$$O = 2 \cdot 7,5 \cdot 3 + (2 \cdot 7,5 + 2 \cdot 3) \cdot 9$$

$$O = 45 + 21 \cdot 9$$

$$O = 45 + 189$$

$$O = 234 \text{ cm}^2$$

Lösung: Der Oberflächeninhalt des Quaders beträgt  $234 \text{ cm}^2$ .



**Rettings-  
beispiel**

Ein Würfel hat eine Kantenlänge  $a = 7,5$  cm.  
**Berechne den Oberflächeninhalt des Würfels!**

$$\begin{aligned} a &= 7,5 \text{ cm} \\ O &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O &= 6 \cdot a \cdot a \\ O &= 6 \cdot 7,5 \cdot 7,5 \\ O &= 6 \cdot 56,25 \\ O &= 337,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Lösung: Der Oberflächeninhalt des Würfels beträgt  $337,5 \text{ cm}^2$ .

**6 Berechne den Oberflächeninhalt der abgebildeten Körper!**

<p>a)</p>	<p>b)</p>	<p>c)</p>	<p>d)</p>
-----------	-----------	-----------	-----------

**Rettings-  
beispiel**

Ein Prisma mit rechtwinkligem Dreieck als Grundfläche hat die Längen  $a = 7,5$  cm,  $b = 3$  cm,  $c = 8$  cm und eine Höhe  $h = 9$  cm. (Bei den Zahlenangaben handelt es sich um gerundete Werte.)  
**Berechne den Oberflächeninhalt des dreiseitigen Prismas!**

$\begin{aligned} a &= 7,5 \text{ cm} \\ b &= 3 \text{ cm} \\ c &= 8 \text{ cm} \\ h &= 9 \text{ cm} \\ O &= ? \end{aligned}$	<p><b>Formel 1</b></p> $O = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + a \cdot h + b \cdot h + c \cdot h$ $O = 2 \cdot \frac{7,5 \cdot 3}{2} + 7,5 \cdot 9 + 3 \cdot 9 + 8 \cdot 9$ $O = 22,5 + 67,5 + 27 + 72$ $O = 189 \text{ cm}^2$	<p><b>Formel 2</b></p> $O = 2 \cdot G + u_g \cdot h$ $O = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + (a + b + c) \cdot h$ $O = 2 \cdot \frac{7,5 \cdot 3}{2} + (7,5 + 3 + 8) \cdot 9$ $O = 22,5 + 18,5 \cdot 9$ $O = 22,5 + 166,5$ $O = 189 \text{ cm}^2$
--	---	--

Lösung: Der Oberflächeninhalt des dreiseitigen Prismas beträgt  $189 \text{ cm}^2$ .

**7 Berechne den Oberflächeninhalt der Körper, die jeweils ein rechtwinkliges Dreieck als Grundfläche haben!** (Bei den Zahlenangaben handelt es sich um gerundete Werte.)

<p>a)</p>	<p>b)</p>	<p>c)</p>	<p>d)</p>
-----------	-----------	-----------	-----------

**8 Gegeben sind die Grundflächen und die Höhen der Prismen. Berechne deren Oberflächeninhalt!** (Bei den Zahlenangaben handelt es sich um gerundete Werte.)

<p>a)</p> <p><math>h = 2,5</math> cm</p>	<p>b)</p> <p><math>h = 18</math> cm</p>	<p>c)</p> <p><math>h = 15</math> cm</p>	<p>d)</p> <p><math>h = 32</math> cm</p>
--	---	---	---

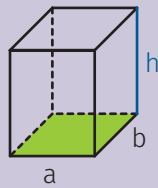


## Volumen von Prismen

**Merke**

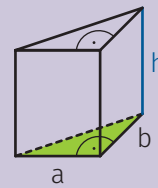
Das **Volumen** ist der **Rauminhalt** eines Gegenstandes.  
Um das Volumen ( $V$ ) eines Prismas zu erhalten, multipliziert man den Inhalt der **Grundfläche** ( $G$ ) mit der **Körperhöhe** ( $h$ ).

Prisma mit einem **Rechteck**  
als Grundfläche = QUADER



$$V = a \cdot b \cdot h$$

Prisma mit einem **rechtwinkligen**  
Dreieck als Grundfläche



$$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot h$$

Durch einen Diagonalschnitt  
entstehen zwei gleich große,  
dreiseitige Prismen

Für alle Prismen gilt:  $V = G \cdot h$

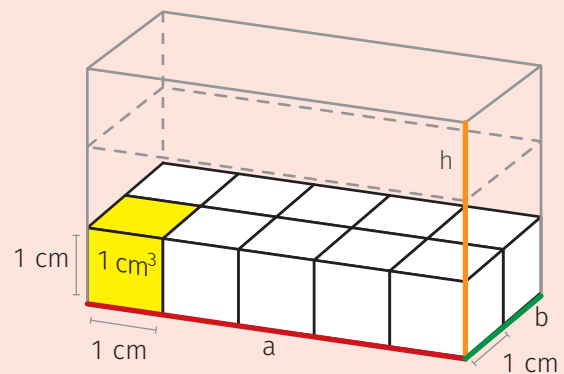
**Retterungs-**  
**beispiel**

Ein Quader hat eine Länge  $a = 5 \text{ cm}$ , eine Breite  $b = 2 \text{ cm}$  und eine Höhe  $h = 3 \text{ cm}$ .  
**Berechne das Volumen des Quaders!**

Quader  
**Volumen = Länge · Breite · Höhe**  
 $V = a \cdot b \cdot h$

$$V = 5 \text{ cm}^3 \cdot 2 \cdot 3$$

$$V = 30 \text{ cm}^3$$



Lösung: Das Volumen des Quaders beträgt  $30 \text{ cm}^3$ .

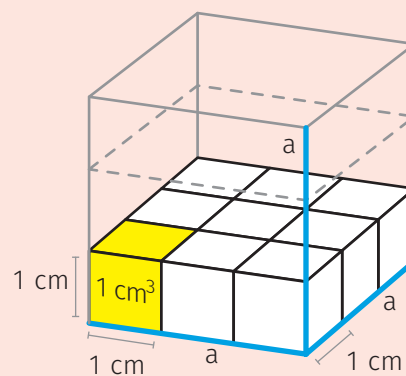
**Retterungs-**  
**beispiel**

Ein Würfel hat die Seite  $a = 3 \text{ cm}$ .  
**Berechne das Volumen des Würfels!**

Würfel  
**Volumen = Länge · Breite · Höhe**  
 $V = a \cdot a \cdot a$

$$V = 3 \text{ cm}^3 \cdot 3 \cdot 3$$

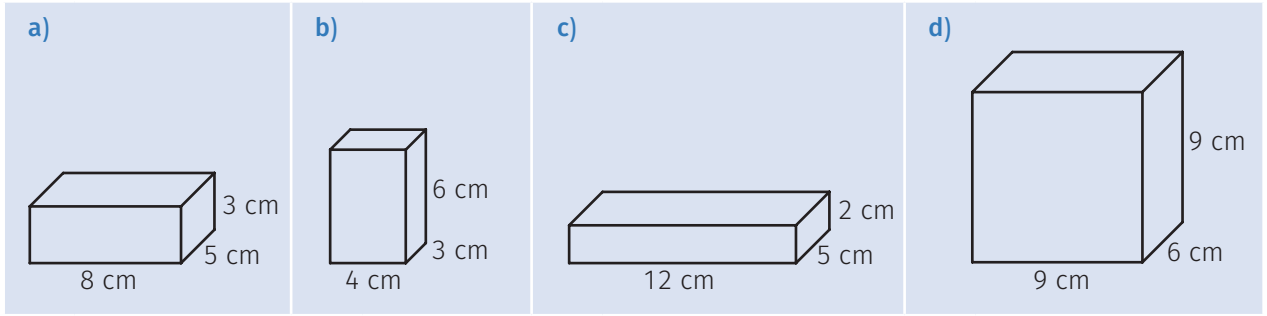
$$V = 27 \text{ cm}^3$$



Lösung: Das Volumen des Würfels beträgt  $27 \text{ cm}^3$ .



9 Berechne das Volumen der abgebildeten Prismen!



Retterungs-  
beispiel

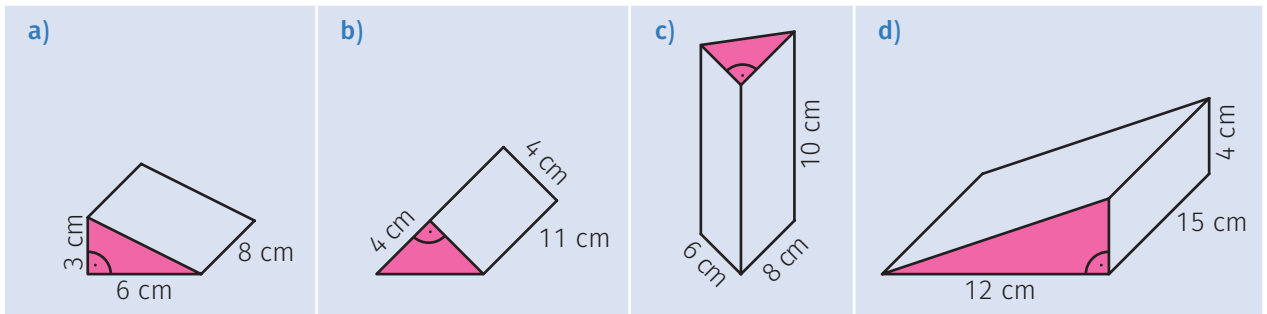
Ein Prisma mit einem rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche hat eine Länge  $a = 5$  cm, eine Breite  $b = 2$  cm und eine Höhe  $h = 3$  cm.

**Berechne das Volumen des dreiseitigen Prismas!**

$$\begin{array}{l}
 a = 5 \text{ cm} \\
 b = 2 \text{ cm} \\
 h = 3 \text{ cm} \\
 \hline
 V = ?
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \mathbf{V = G \cdot h} \\
 V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot h \\
 V = \frac{5 \cdot 2}{2} \cdot 3 \\
 \mathbf{V = 15 \text{ cm}^3}
 \end{array}$$

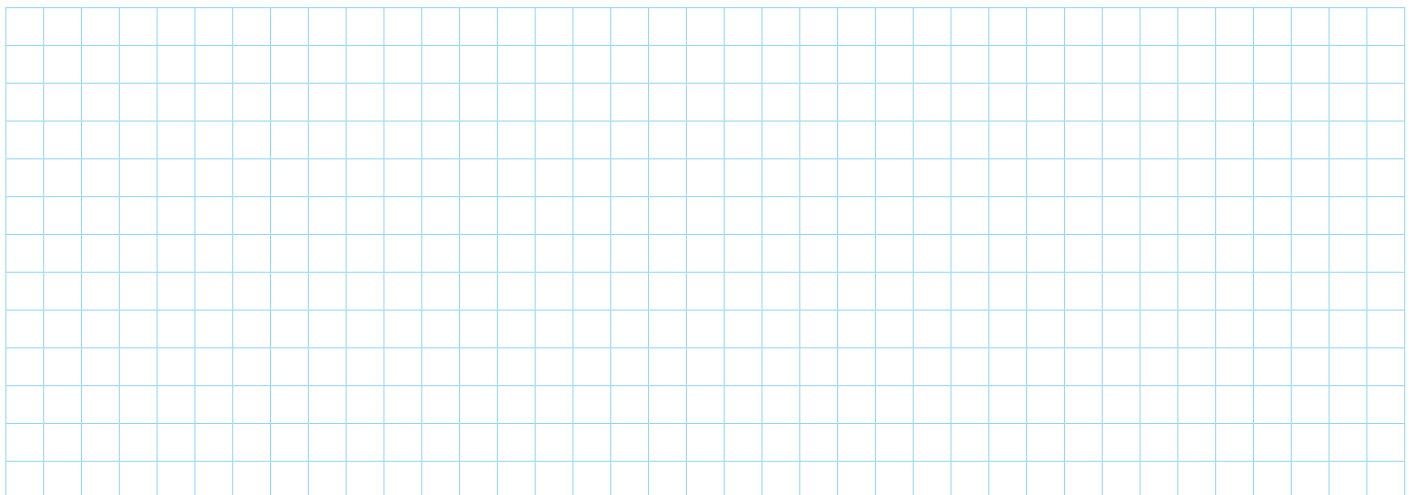
Lösung: Das Volumen des dreiseitigen Prismas beträgt  $15 \text{ cm}^3$ .

10 Berechne jeweils das Volumen der Prismen mit einem rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche!



11 Ein Heizöltank hat die Form eines Quaders mit 4,5 m Länge, 2 m Breite und 1,5 m Höhe.

- a) Wie viel Liter Öl haben in dem Tank Platz?
- b) Wie viele Stunden wird es dauern, bis der Tank gefüllt ist, wenn pro Minute 90 Liter Öl in den Tank fließen?





## Umkehrung der Volumensformel von Prismen

**Merke**

Durch Umkehren der Volumensformel  $V = G \cdot h$  ist es möglich, die Größe der Grundfläche oder die Körperhöhe eines Prismas zu berechnen. Voraussetzung dafür ist, dass jeweils die beiden anderen Größen bekannt sind.

$$G = \frac{V}{h} \text{ oder } G = V : h$$

$$h = \frac{V}{G} \text{ oder } h = V : G$$

**Retterring-beispiel**

Ein Prisma mit einer rechteckigen Grundfläche von  $320 \text{ cm}^2$  hat ein Volumen von  $2880 \text{ cm}^3$ .  
**Berechne die Höhe des Prismas!**

$$\begin{array}{ll} V = 2880 \text{ cm}^3 & h = V : G \\ G = 320 \text{ cm}^2 & h = 2880 : 320 \\ h = ? & h = 9 \text{ cm} \end{array}$$

Lösung: Die Höhe des Prismas beträgt 9 cm.

**12 Berechne die gesuchten Werte!**

Körper	a)	b)	c)	d)
G		$24 \text{ cm}^2$		$60 \text{ cm}^2$
h	$9 \text{ cm}$		$7 \text{ cm}$	
V	$144 \text{ cm}^3$	$120 \text{ cm}^3$	$105 \text{ cm}^3$	$900 \text{ cm}^3$

**13 Berechne die fehlenden Größen der dreiseitigen Prismen!**

a)	$a = 6 \text{ cm}$	$b = 5 \text{ cm}$	$h = 3 \text{ cm}$	$G = ?$	$V = ?$
b)	$b = 4 \text{ cm}$	$G = 6 \text{ cm}^2$	$V = 30 \text{ cm}^3$	$a = ?$	$h = ?$
c)	$a = 8 \text{ cm}$	$h = 2,5 \text{ cm}$	$G = 20 \text{ cm}^2$	$b = ?$	$V = ?$
d)	$a = 4,5 \text{ cm}$	$b = 4 \text{ cm}$	$V = 54 \text{ cm}^3$	$h = ?$	$G = ?$

**14 Ein Zimmer mit einer Breite von 4 m, einer Länge von 5 m und einer Höhe von 4 m wird umgebaut. Die Decke des Zimmers soll so gesenkt werden, dass sich das Volumen um  $30 \text{ m}^3$  verkleinert.**

**Wie viele Meter muss die Decke gesenkt werden?**

A	<input type="checkbox"/> 1 m	B	<input type="checkbox"/> 3 m	C	<input type="checkbox"/> 1,5 m	D	<input type="checkbox"/> 2,5 m	E	<input type="checkbox"/> 2 m
---	------------------------------	---	------------------------------	---	--------------------------------	---	--------------------------------	---	------------------------------



## Lösungen

- 1 A
- 2 a) 6 Ecken      b) 8 Ecken      c) 12 Ecken      d) 16 Ecken
- 3 a) 9 Kanten      b) 15 Kanten      c) 24 Kanten      d) 30 Kanten
- 4 a) 5 Flächen      b) 6 Flächen      c) 8 Flächen      d) 14 Flächen
- 5 a) Viereck – Quader oder Würfel      b) gleichseitiges Dreieck – dreiseitiges Prisma  
c) Sechseck – sechsseitiges Prisma      d) regelmäßiges Fünfeck – fünfseitiges Prisma
- 6 a)  $O = 174 \text{ cm}^2$       b)  $O = 331,4 \text{ cm}^2$       c)  $O = 121,5 \text{ cm}^2$       d)  $O = 269,34 \text{ cm}^2$
- 7 a)  $O = 141 \text{ cm}^2$       b)  $O = 141,8 \text{ cm}^2$       c)  $O = 242 \text{ cm}^2$       d)  $O = 256,25 \text{ cm}^2$
- 8 a)  $O = 143,5 \text{ cm}^2$       b)  $O = 267 \text{ cm}^2$       c)  $O = 350 \text{ cm}^2$       d)  $O = 670 \text{ cm}^2$
- 9 a)  $V = 120 \text{ cm}^3$       b)  $V = 72 \text{ cm}^3$       c)  $V = 120 \text{ cm}^3$       d)  $V = 486 \text{ cm}^3$
- 10 a)  $V = 72 \text{ cm}^3$       b)  $V = 88 \text{ cm}^3$       c)  $V = 240 \text{ cm}^3$       d)  $V = 360 \text{ cm}^3$
- 11 a) 13 500 l      b) 2,5 Stunden
- 12 a)  $G = 16 \text{ cm}^2$       b)  $h = 5 \text{ cm}$       c)  $G = 15 \text{ cm}^2$       d)  $h = 15 \text{ cm}$
- 13 a)  $G = 15 \text{ cm}^2$ ;  $V = 45 \text{ cm}^3$       b)  $a = 3 \text{ cm}$ ;  $h = 5 \text{ cm}$   
c)  $b = 5 \text{ cm}$ ;  $V = 50 \text{ cm}^3$       d)  $G = 9 \text{ cm}^2$ ;  $h = 6 \text{ cm}$
- 14 C